



Exercice 3

Notons B le nombre de Bordures ayant reçu leur invitation
A Syldaves

- 1] La var. aléat. B suit de loi $B(n, \frac{1}{2})$ (binomiale de paramètre n et $\frac{1}{2}$) En effet on répète n fois de façon indépendante, une même expérience de Bernoulli: consiste à [envoyer l'invitation à un Bordure] le succès est le fait qu'il la reçoive, la proba de succès est $\frac{1}{2}$. Enfin B est le nombre de succès.

$$B(\Omega) = \llbracket 0, n \rrbracket \text{ et } \forall k \in \llbracket 0, n \rrbracket \quad P(B=k) = \binom{n}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^k \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{n-k} \\ = \frac{\binom{n}{k}}{2^n}$$

- 2] $P(B=S) = \sum_{k=0}^n P(B=S) \cap (B=k)$ par formule des probas totales
car la famille $\{(B=k) \mid 0 \leq k \leq n\}$ est une partition de Ω
Si X est une variable aléatoire, on lui associe la partition $\{(X=k)\}_{k \in X(\Omega)}$ de Ω

$$P(B=S) = \sum_{k=0}^n P(B=S) \cap (S=k) \\ = \sum_{k=0}^n P(B=k) P(S=k) \text{ car pour tout } k \in \llbracket 0, n \rrbracket \text{ les événts} \\ \hookrightarrow \sum_{k=0}^n \left(\frac{\binom{n}{k}}{2^n}\right)^2 \text{ et } \{S=k\} \text{ sont indép. (car les v.a. } B \text{ et } S \text{ sont indép.)} \\ = \frac{1}{4^n} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2$$