



Ex 2, Ex 7

Ex 4

Exercice 2

mesure de probabilité
associée à qqch est $P(\cdot)$

$$1] \quad \Omega = E_6 \times E_6 = \llbracket 1, 6 \rrbracket^2$$

Soit $A \subset \Omega$

$$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega} = \frac{\#A}{36}$$

$$2] \quad P(k) = \frac{k-1}{36} \quad \text{si } k \leq 7$$

$$P(k) = \frac{12-k+1}{36} \quad \text{si } k \geq 8$$

$$3] \quad \Omega' = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

$$p': \Omega' \longrightarrow [0, 1]$$

$$w' \longmapsto \begin{cases} \frac{w'-1}{36} & \text{si } w' \leq 7 \\ \frac{12-w'+1}{36} & \text{si } w' \geq 8 \end{cases}$$

2] par prof

Pour $k \in \mathbb{N}$ notons S_k : "la somme des dés vaut k "

$$\text{② } 2 \leq k \leq 7: S_k = \{(i, j) \in \Omega, i+j=k\}$$

$$S_k = \{(1, k-1), (2, k-2), \dots, (k-2, 2), (k-1, 1)\}$$

$$\text{Card } S_k = k-1 \quad \text{donc } P(S_k) = \frac{k-1}{36}$$

$$\text{③ si } 8 \leq k \leq 12: S_k = \{(k-6, 6), (k-5, 5), \dots, (5, k-5), (6, k-6)\}$$

$$\text{Card } S_k = 6 - (k-6) + 1 = 13-k \quad \text{- nbre d'événements}$$

$$P(S_k) = \frac{13-k}{36}$$

3] par prof

exercice 7

1) Soient $A \subset \Omega$, $B \subset \Omega$, $C \subset \Omega$

$$\left. \begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) \cdot P(B) \\ P(A \cap C) &= P(A) \cdot P(C) \\ P(B \cap C) &= P(B) \cdot P(C) \\ P(A \cap B \cap C) &= P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) \end{aligned} \right\} A, B, C \text{ indep.}$$

$$\begin{aligned} 2) P(B \cup C) &= P(B) + P(C) - P(B \cap C) \\ &= P(B) + P(C) - P(B) \cdot P(C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(A \cap (B \cup C)) &= P((A \cap B) \cup (A \cap C)) = P(A \cap B) + P(A \cap C) \\ &\quad - P((A \cap B) \cap (A \cap C)) \\ &= P(A) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(C) \\ &\quad - P(A \cap B \cap C) \\ &= P(A) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(C) \\ &\quad - P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) \\ &= P(A) (P(B) + P(C) - P(B) \cdot P(C)) \\ &= P(A) \cdot P(B \cup C) \end{aligned}$$

□

$$3) I_1 = \{(1, \omega), (3, \omega), (5, \omega), \omega \in E_6\}$$

$$I_2 = \{(\omega, 1), (\omega, 3), (\omega, 5), \omega \in E_6\}$$

$$M = (I_1 \cap I_2) \cup (I_1^c \cap I_2^c) = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (5, 1), (5, 3), (5, 5), (2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)\}$$

$$a) P(I_1) = \frac{3 \cdot 6}{36} = \frac{1}{2}$$

$$P(I_2) = \frac{3 \cdot 6}{36} = \frac{1}{2}$$

$$P(M) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

b) $I_1 \cup I_2$ = "le résultat du premier lancer est impair ou résultat du deuxième lancer est impair"

$(I_1 \cup I_2) \cap M$ = "résultat de chaque lancer est impair"

$$\begin{aligned} P(I_1 \cup I_2) &= P(I_1) + P(I_2) - P(I_1 \cap I_2) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 1 - P((I_1 \cup I_2)^c) = 1 - P(I_1^c \cap I_2^c) = 1 - P(I_1^c) \cdot P(I_2^c) \\ &= 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

can indep.

$$I_1 \cap I_2$$

$$P((I_1 \cup I_2) \cap M) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = P(I_1 \cap I_2)$$

$$c) P((I_1 \cup I_2)) \cdot P(M) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8} \neq \frac{1}{4}$$

$$\text{donc } P((I_1 \cup I_2) \cap M) \neq P(I_1 \cup I_2) \cdot P(M)$$

Donc $(I_1 \cup I_2)$ et M ne sont pas indépendants.

$$d) P(M | I_1 \cap I_2) = 1 \neq P(M) \cdot P(I_1 \cap I_2) \neq P(M) \cdot P(I_1) \cdot P(I_2)$$

Donc M, I_1, I_2 ne sont pas indépendants

mais indép 2 à 2

exercice 5

mais:
exo 8

$$\Omega = \{(\omega_1, \dots, \omega_n) : \exists i \neq j, \omega_i = "P", \omega_j = "J", \forall k \neq i \neq j, \omega_k = "A"\}$$

$$= P_2([1, n])$$

On numérote de 1 à n les positions dans la file
 $A \in \Omega$ correspond aux 2 positions occupées par
 Pierre et Jean

$$\text{Card } \Omega = \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

Ω est en bijection avec $\Omega' = \{(i, j) \in \mathbb{N}^2, 1 \leq i < j \leq n\}$
 $A \in \Omega$ correspond à (i, j) avec $i = \min A, j = \max A$