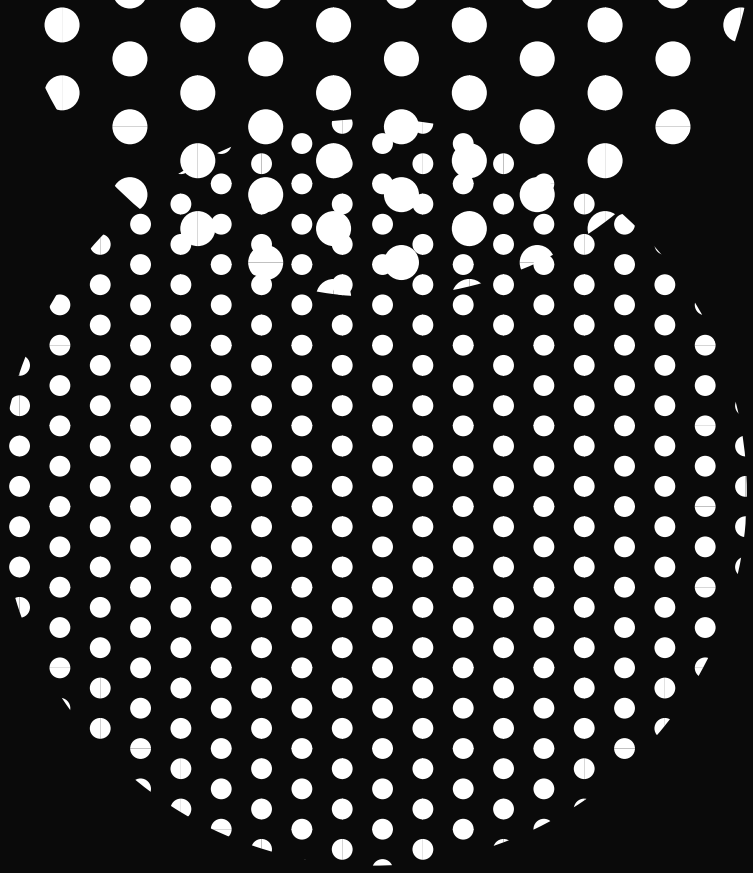

Exo 16

1) Nb de possbtés : $\binom{12}{7} \times \binom{5}{3} \times 2 \times 1 = 12 \times 11 \times \binom{10}{3} \times 1 = \frac{12!}{7! \cdot 3!}$

2) Nombre de façons que Lila et Louis soient côté à côté :

-> pos. de Lila : 12 possbtés

-> pos. de Louis : 3 possbtés

-> Skieurs : $\binom{10}{3}$

-> Snow : 1 seul choix

Principe mult : $12 \times 3 \times \binom{10}{3} = 12 \times 3 \times \frac{10!}{7!3!}$

Proba : $\frac{12 \times 3 \times \binom{10}{3}}{12 \times 11 \times \binom{10}{3}} = \frac{3}{11}$ par équiproba

3) Nombre de façons d'installer Lila et Louis côté à côté sur un téléskiège donné :

Exo 15

a) Ω = ensemble des répartitions possibles des n bonbons sans contrainte

$\text{Card}(\Omega) = 3^n$

A - Harry

B - Hermione

C - Rone

A = " Harry n'a aucun bonbon "

B = " Hermione _____ "

C = " Rone _____ "

D : " Chacun a 1 bonbon "

$\text{Card } D = \text{Card}(A^c \cap B^c \cap C^c)$

$= \text{Card}((A \cup B \cup C)^c)$

$= \text{Card } \Omega - \text{Card}(A \cup B \cup C)$

$= \text{Card } \Omega - \text{Card } A - \text{Card } B - \text{Card } C + \text{Card } A \cap B + \text{Card } A \cap C + \text{Card } B \cap C - \text{Card}(A \cap B \cap C)$

$\text{Card}(A \cup B \cup C) = \text{Card } A + \text{Card } B + \text{Card } C - \text{Card}(A \cap C) - \text{Card}(A \cap B) - \text{Card}(B \cap C) + \text{Card}(A \cap B \cap C)$

$$\text{Card}\left(\bigcup_{i=1}^{p} A_i\right) = \sum_{k=1}^{p} (-1)^{k-1} \sum_{1 \le i_1 < \dots < i_k \le p} \text{Card}(A_{i_1} \cap \dots \cap A_{i_k})$$

$$\text{Card } \mathcal{D} = 3^n - 2^n - 2^n - 2^n + 1 + 1 + 1 - 0$$
$$= 3^n - (3 \cdot 2^n) + 3$$

b) On cherche $\text{Card}\{(a,b,c) \in \mathbb{N}^{*3},\ a+b+c = m\}$ a : nbre de BB pour Harry

b : _____

c = _____

On pose $a' = a - 1$
$b' = b - 1$
$c' = c - 1$

$= \text{Card}\{(a', b', c') \in \mathbb{N}^3,\ a' + b' + c' = m - 3\}$

Mot de $m-1$ lettres formé par $m-3$ lettres
$\mathcal{D}$ "donner un bonbon" et deux lettres S "passer au suivant"
$= \binom{m-1}{2}$ choix des positions de 2 lettres S dans notre mot à $m-1$ lettres $= \frac{(m-1)(m-2)}{2}$