



Soit f une fonction définie au voisinage de 0.
On veut savoir si $f = \sum a_n x^n$ sur le rayon $(r-R, R)$
de convergence.

prop: La fonction f est développable en série entière
ssi f est de classe C^∞ sur I et
 $\exists C, D \quad \|f^{(n)}\|_I \leq C n! D^n \quad (\forall n)$

Rq Soit f de classe C^∞ sur $I \ni 0$.
On suppose qu'il existe $C \in \mathbb{R}_+ \quad \|f^{(n)}\|_I \leq C \quad \forall n$

Alors f est développable en série entière sur I

Ex $\sin(x)$ est de classe C^∞ sur $\mathbb{R} \supset I$ et
 $\forall n \in \mathbb{N} \quad \|\sin^{(n)}\|_I \leq 1 =: C$

Donc $\sin(x)$ est développable.