



Exercise 1.1

$$x, y \in \bar{C} \quad \text{donc} \quad \begin{array}{l} \exists x_n \quad t_y \quad x_n \longrightarrow x \\ \exists y_n \quad t_y \quad y_n \longrightarrow y \end{array}$$

$$t y + (1-t)x = \lim_{n \rightarrow \infty} t y_n + (1-t)x_n \in C$$

$$\text{donc } t y + (1-t)x \in C$$

2. Supposons qu'il existe $x, y \in \bar{C}$ et $t_0 \in]0, 1[$

$$y = (1-t_0)x + t_0 y \in C \mid C^\circ = \partial C$$

$$y \in \partial C$$

$$\exists y_n \notin C$$

$$y_n \longrightarrow y$$

$$v_n = y_n - y \longrightarrow 0$$

$$\exists \varepsilon_0 > 0$$

$$B(x, \varepsilon_0) \subset C$$

$$B(y, \varepsilon_0) \subset C$$

$$\exists N \geq 0 \quad \forall n \geq N \quad \|v_n\| < \varepsilon_0$$

$$\Downarrow$$

$$\forall n \geq N$$

$$x + v_n \in B(x, \varepsilon_0) \subset C$$

$$y + v_n \in B(y, \varepsilon_0) \subset C$$

$$x + v_n, y + v_n \in C$$

$$(1-t_0)(x+v_n) + t_0(y+v_n) \in C \quad \forall n \geq N$$

