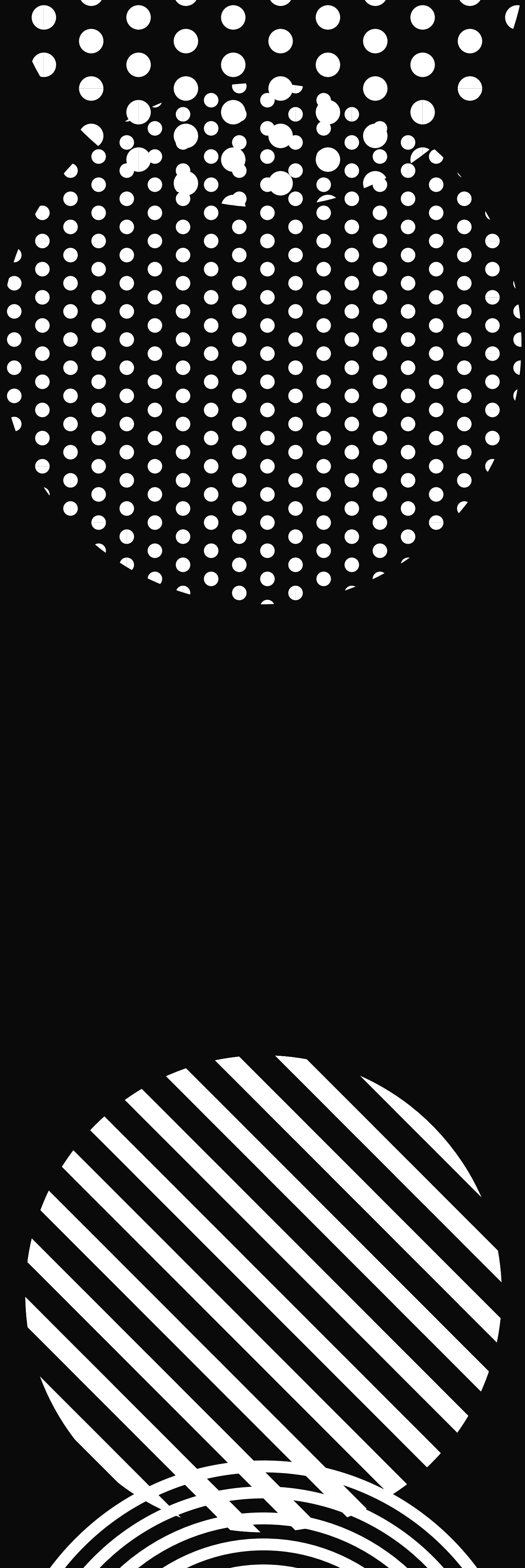

Exercice 2

1. $f(x,y,z) = 30x + 40y + 40z$ où x represent le nombre de pains vendu
y ——— Brioches ———
z ——— croissants ———

Donc f représente le gain qu'on veut maximiser

pain demande 2 unité de la farine, Brioche -2, croissant 4, on a 22 donc

$2x + 2y + 4z \leq 22$ on ne peut pas utiliser plus
$2y + 6z \leq 20$ même idée
$2x + 3y + 6z \leq 34$

On ne peut pas produire un nombre negatif, donc $x \geq 0, y \geq 0$ $z \geq 0$ donc on a un problème à optimiser:

$f(x,y,z) = 30x + 40y + 40z$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y + 4z \leq 22 \\ 2y + 6z \leq 20 \\ 2x + 3y + 6z \leq 34 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ z \geq 0 \end{cases}$$

2) D est définie par les équations du système (*)
Or les inégalité sont larges donc elles engendrent une partie fermé dont l'intersection est fermé.
De plus $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ donc $\forall X \in D$ $X \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
De plus toutes les fonctions sont linéaire strictement croissantes en chaque variable.
donc en posant $y = 0$ $z = 0$
$x \leq 11$ car en augmentant y ou z on va violer une contrainte. De meme raisonnement
$y \leq 11$ $z \leq \frac{11}{2}$

Donc D est une partie bornée.

Par conséquent D est un compact.

Or, de plus, f est continue, elle admet un maximum global sur D.

3.

(a) $y=0$ donc

$$\begin{cases} 2x+4z=22 \\ 6z=20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 22-\frac{40}{3} = \frac{66-40}{3} = \frac{26}{3} \Leftrightarrow x=\frac{13}{3} \\ z=\frac{20}{6}=\frac{10}{3} \end{cases}$$

$$(x,z)=\left(\frac{13}{3},\ \frac{10}{3}\right)$$

$$\begin{cases} 6z=20 \\ 2x+6z=34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{array}{l} z=\frac{10}{3} \\ x=\frac{34-20}{2}=\frac{14}{2}=7 \end{array}$$

mais $2x+4z = 14+\frac{40}{3} = \frac{42+40}{3} > \frac{66}{3}$ donc $(x,z)\notin \mathcal{D}$

$$\begin{cases} 2x+4z=22 \\ 2x+6z=34 \end{cases} \Leftrightarrow 2z=12 \Leftrightarrow z=6$$

$4\cdot z = 24>22$ donc impossible alors $(x,y)=\left(\frac{13}{3},\frac{10}{3}\right)$

(b) $z=0$ donc $y\leq 10$

$$\begin{cases} 2x+2y=22 \\ 2y=20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=10 \end{cases} \qquad (1,10,0)\in\mathcal{D}$$

$$\begin{cases} 2y=20 \\ 2x+3y=34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=10 \\ 2x=4 \end{cases} \Leftrightarrow x=2$$

mais $2\cdot 2+2\cdot 10 = 24>22$ donc ce point n'est pas dans $\mathcal{D}$

$$\begin{cases} 2x+2y=22 \\ 2x+3y=34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \\ y=12 \end{cases}$$ ce qui n'est pas possible

donc $(x,y)=1,10$

(c) Si $x=0$

4. Si le problème est linéaire alors s'il existe un extremum il est sur un sommet

5.