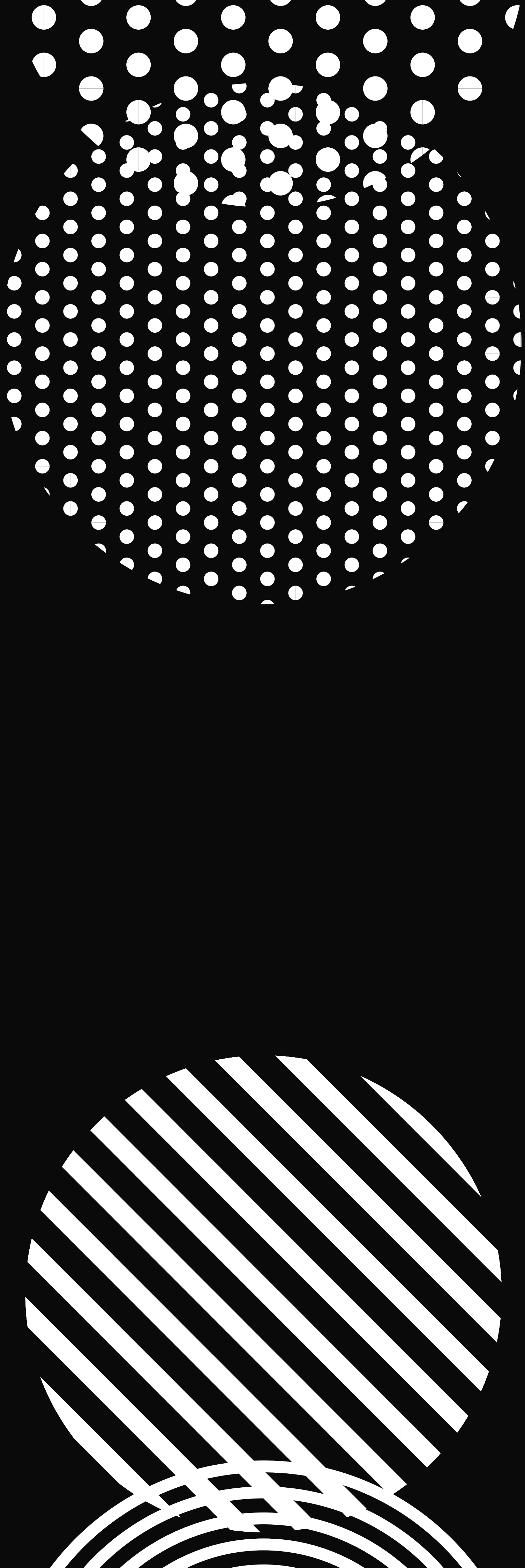

Exercice 1.1

$\{a, b,\ P(b),\ P(a),\ Q(a),\ Q(b)\}$

1.

Signature

- termes : a, b
- Signatures : P, Q

Domaine de termes clos $\mathcal{D}_H = \{a, b\}$
Base de formules atomiques closes $\mathcal{B}_H = \{P(a), P(b), Q(a), Q(b)\}$

non sat. car $P(a), P(b), Q(a), Q(b)$ V $\forall x\ P(x) \land Q(x)$
alors $\neg P(a) \lor \neg Q(b)$ F.
donc form fausse.

2. Satisfiable

3. Signature
termes : f
prédicats : P

ajout d'une constante a

$\mathcal{D}_H = \{a, f(a), \dots, f^n(a), \dots\}$
$B_H = \{\underbrace{P(a)}_{V}, \underbrace{P(f(a))}_{F}, \dots, P(f^n(a)), \dots\}$

- $P(a) \land \neg P(f(a))$ — V
- $P(f(a)) \land \neg P(f(a))$ — F insatisfiable.!

4. Signature
termes :
prédicats :

$\mathcal{D} = \{s^n(a) \mid n \in \mathbb{N}\}$
$B_H = \{R(s^i(a), s^j(a)) \mid i, j \in \mathbb{N}\}$

Exercice 1.2

1. Dans le modèle où

   P(b), P(c), Q(a), Q(c), R(a), R(b) sont vrai
   et P(a), Q(b), R(c) faux

   les formules sont toutes vraies

2. Les deux premières donnent la troisième fausse

   Donc insatisfiable.

3. Les deux premières formules sont insatisfiables

Exercice 2.1

```
let rec clause6 = function
  Var n -> true
  | Bot |Top -> true
  | Neg f -> (match f with Var _ -> true | _ -> false)
  | Bin (f, Or, g) -> clause6 f && clause6 g
  | Bin (f, Et, g) -> false
  | Bin (f, Impl, g) -> false
```

```
let rec clause6 = function
  Var n -> true
  | Bot |Top -> true
  | Neg f -> (match f with Var _ -> true | _ -> false)
  | Bin (f, Or, g) -> clause6 f && clause6 g
  | Bin (f, Et, g) -> fnc6 f && fnc6 g
  | Bin (f, Impl, g) -> false
```

Exercice 2.2

1. DNF, CNF, clause
2. CNF, clause
3. –
4. DNF

Exercice 2.3

$p = c \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge \neg c)$ DNF

$p = (\neg a \vee \neg b \vee c) \wedge (\neg a \vee b \vee c) \wedge (a \vee \neg b \vee c)$

Exercice 2.4

(a) $(p \wedge q \wedge \neg r) \vee (r \vee s)$

$(p \vee r \vee s) \wedge (q \vee r \vee s) \wedge (\neg r \vee r \vee s)$ CNF

$(r \vee (p \wedge q \wedge \neg r)) \vee (s \vee (p \wedge q \wedge \neg r))$

$= r \vee s \vee (p \wedge q \wedge \neg r)$ DNF

Modèle: r vrai, alors 8 modèles.

(b) $\neg p \vee ((q \wedge \neg r) \vee s)$

$= \neg p \vee (q \wedge \neg r) \vee s$ DNF

$= (\neg p \vee s) \vee (q \wedge \neg r)$

$= (q \vee \neg p \vee s) \wedge (\neg r \vee \neg p \vee s)$ CNF

s vrai donc 8 modèles

(c) $\neg(p \vee \neg q) \wedge (\neg q \vee p \vee r)$

$(\neg p \wedge q) \wedge (\neg q \vee p \vee r)$

$(\neg p \wedge q \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q \wedge p) \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$ DNF

$= \neg p \wedge q \wedge r$ DNF + CNF

r et q vrais, p faux

(d) $(\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge (q \wedge \neg p) = \perp$ CNF DNF

pas de modèle

(e) $(p \vee q) \wedge (\neg q \vee p) \equiv p$ CNF

$= (p \wedge (\neg q \vee p)) \vee (q \wedge (\neg q \vee p)) = ((p \wedge \neg q) \vee p) \vee (q \wedge p)$

$= (p \wedge \neg q) \vee p \vee (q \wedge p) \equiv p$ DNF

Modèle: p vrai alors 2 modèles