



Exercice 1-1

1. Domaine: $\{a, b\}$
Base de formules atomiques clauses: $\{P(a), P(b), Q(a), Q(b)\}$

Si on prend

$$\begin{aligned} & (P(a) \wedge Q(a)) \wedge (\neg P(a) \vee \neg Q(b)) \\ \text{et} & (P(b) \wedge Q(b)) \wedge (\neg P(a) \vee \neg Q(b)) \end{aligned} \quad \text{insatisfiable.}$$

2. Domaine: $\{a, b\}$
Signatures: P, Q

f.d. $\{P(a), P(b), Q(a), Q(b)\}$

Si $P(b)$ est vrai et $Q(a)$ est vrai

donc la formule est satisfiable.

3. $a, f(a), f^2(a), \dots$

$$P(a), P(f(a)), P(f^2(a))$$

$$P(a) \wedge \neg P(f(a)) \text{ -vrai}$$

$$P(f(a)) \wedge \neg P(f(f(a))) \text{ -faux} \quad \text{donc insatisfiable.}$$

4. S - fonction on introduit une variable x
donc le domaine est: $\{a, S^0(a), S^1(a), \dots\}$

$$\text{Formules clauses: } \{R(S^n(a), S^q(a)) : n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{N}\} \quad \text{avec } S^0(a) := a$$

Exercice 1.2

1. Domaine: $\{a, b, c\}$, Signatures: P, Q, R

Base de Herbrand: $H(a), H(b), H(c), Q(a), Q(b), Q(c), R(a), R(b), R(c)$

Si on prends un domaine où $P(a)$ faux, $P(b)$ vrai, $Q(b)$ faux, $Q(a)$ vrai, $R(c)$ faux et $R(a)$ vrai, $Q(c)$ vrai

Cet ensemble est satisfiable.

2. Insatisfiable car si les deux premières formules sont vraies alors la troisième est fausse.

3. Les deux premières sont insatisfiables.

Exercice 2.2

1. $\neg a, \neg d$

2. $\neg a, \neg d, \text{clause}$

3. none

4. $\neg d$

Exercice 2.3

$$\begin{aligned} P &= \neg \forall (\neg a \wedge \neg b) \rightarrow FND \\ &= (\neg \forall \neg a) \wedge (\neg \forall \neg b) \rightarrow FNC \end{aligned}$$

$Q =$