



## Exercice 1.1

$$\text{Donc, } (P(x) \wedge Q(x)) \wedge (\neg P(a) \vee \neg Q(b))$$

Constantes :  $\{a, b\}$

Prédicats :  $P, Q$

Donc base de Herbrand :  $\{P(a), P(b), Q(a), Q(b)\}$

Pour que la formule soit vraie  
il faut que  $P(a) = v$   $P(b) = v$   
 $Q(a) = v$   $Q(b) = v$

ce qui rend  $(\neg P(a) \vee \neg Q(b))$  faux

donc la formule est insatisfiable.

2.

Constantes :  $\{a, b\}$

Fonctions :

Prédicats :  $P, Q$

Base de Herbrand :  $\{P(a), P(b), Q(a), Q(b)\}$

En choisissant modèle où

$P(a)$	faux
$P(b)$	vrai
$Q(a)$	vrai
$Q(b)$	faux

la formule est vraie donc elle est satisfiable.

## Exercice 1.2

### exercice 3.1

1.  $2^{2^n}$

2.  $\mathcal{L}$  contient deux littéraux qui porte sur la même variable

i.e

$$- \mathcal{L} = x_k \vee \neg x_k \vee \mathcal{C}' = \top \vee \mathcal{C}' = \top$$

$$- \mathcal{L} = x_k \vee x_k \vee \mathcal{C}' = x_k \vee \mathcal{C}'$$

3.  $3^n + 1$

4.  $\mathcal{L} \neq \mathcal{D}$

alors  $\tilde{\mathcal{L}} \subseteq \tilde{\mathcal{D}}$

5.  $2^n - 1$  car seulement 1 ligne fausse

6.  $(2^p - 1) 2^{n-p} = 2^n - 2^{n-p}$

### exercice 4.3

1.  $\text{vald}(\mathcal{J}, \text{Bool}(\mathcal{B})) = \mathcal{B}$

$$\text{vald}(\mathcal{D}, \mathcal{J}F(x, P, Q)) = \mathcal{J}F(x, \text{vald}(\mathcal{J}, P), \text{vald}(\mathcal{J}, Q))$$

2.  $\text{form}(\text{Bool}(\mathcal{B})) = \mathcal{B}$

$$\text{form}(\mathcal{J}F(x, P, Q)) = x \wedge \text{form}(P) \vee \neg x \wedge \text{form}(Q)$$

3.  $\text{notd}(\text{Bool}(V)) = \text{Bool}(F)$   $\begin{matrix} \neg \\ P \\ \vee \end{matrix}$

$$\text{notd}(\text{Bool}(F)) = \text{Bool}(V)$$

$$\text{notd}(\mathcal{J}F(x, Q, V)) = \mathcal{J}F(x, \text{notd}(Q), \text{notd}(V))$$

4.  $\text{opd}(\text{Bool}(\mathcal{B}), \text{Bool}(\mathcal{B}')) = \mathcal{B} \text{ op } \mathcal{B}'$

$$\text{opd}(\mathcal{J}F(x, P, Q), \text{Bool}(\mathcal{B}')) = \mathcal{J}F(x, \text{opd}(P, \text{Bool}(\mathcal{B}')), \text{opd}(Q, \text{Bool}(\mathcal{B}')))$$

$$\text{opd}(\mathcal{J}F(x, P, Q), \mathcal{J}F(x', P', Q'))$$

$$= \begin{cases} \mathcal{J}F(x, \text{opd}(P, \mathcal{J}F(x', P', Q')), \text{opd}(Q, \mathcal{J}F(x', P', Q'))) & \text{si } x < x' \\ \mathcal{J}F(x', \text{opd}(P', \mathcal{J}F(x, P, Q)), \text{opd}(Q', \mathcal{J}F(x, P, Q))) & \text{si } x > x' \\ \mathcal{J}F(x, \text{opd}(P, P'), \text{opd}(Q, Q')) & \text{if } x = x' \end{cases}$$

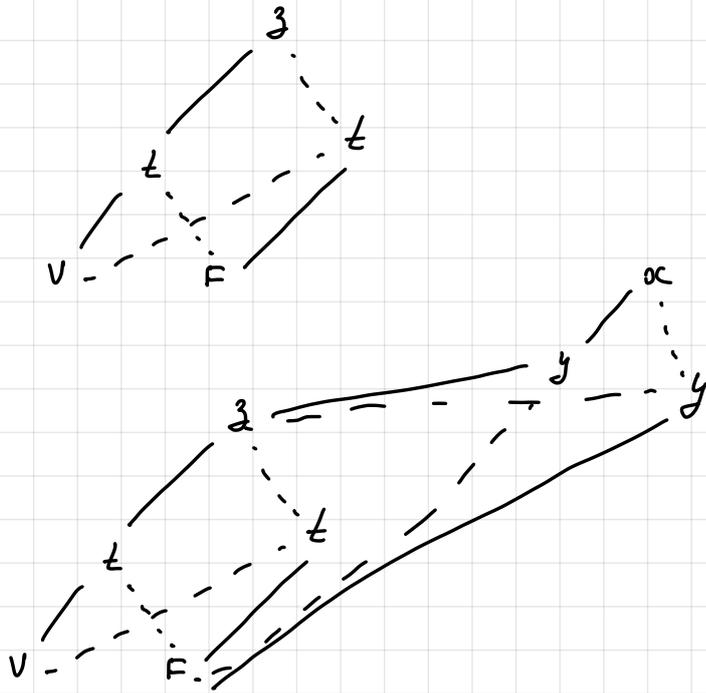
5. Les feuilles sont toutes vraies pour les formules valides.  
 Il y a au moins une feuille vraie pour une formule satisf.  
 Les feuilles sont toutes fausses pour les formules insat.

Exercice 4.4

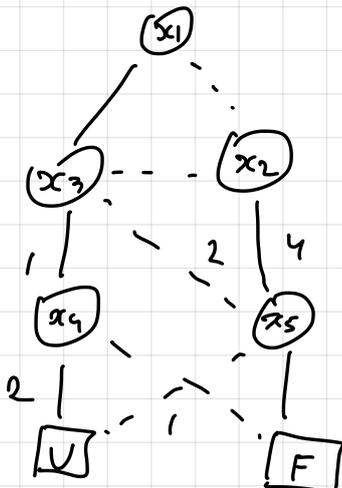
$z \Leftrightarrow t$

$x \wedge y \wedge z \wedge t$

1.



$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	
V		V	V		4
V		F		F	4
F	V			F	4
F	F		V		4
F	F	F		V	2



4 ← 4 ← 1  
 4 ← 2 ← 2

## Exercice 5.3

1.  $P$  clause  
supposons que induction  
 $P'$  est clause of  $\exists Q$   
 $P_1' \quad Q_1'$   
 $Q_1'$  valide  $\Rightarrow P'$  valide  
...

$P = P' \vee P_2'$  donc  $Q' \vee Q_2'$  clause ouverte