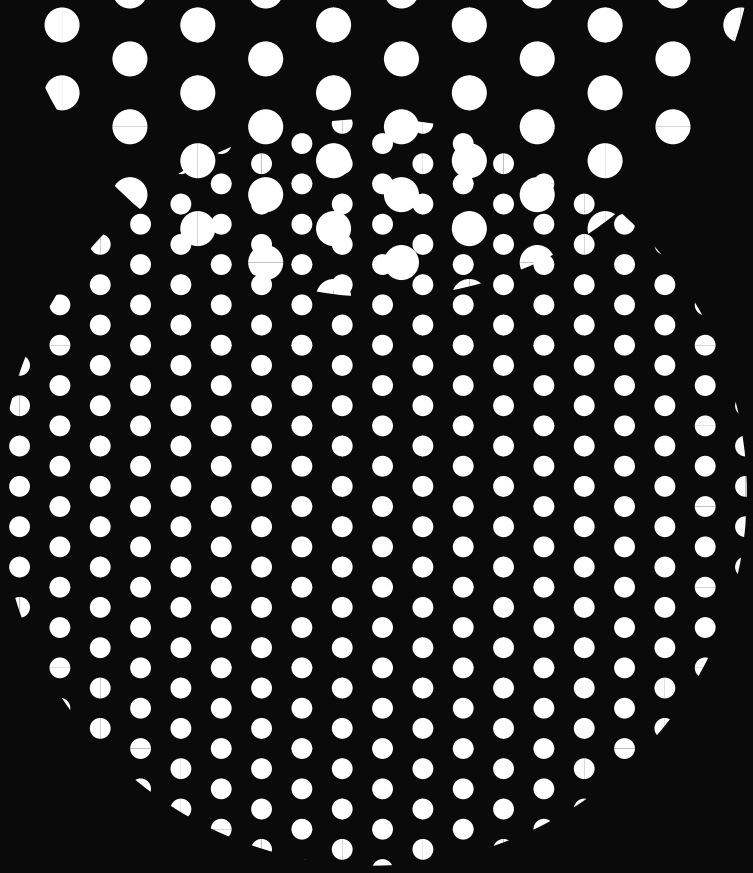
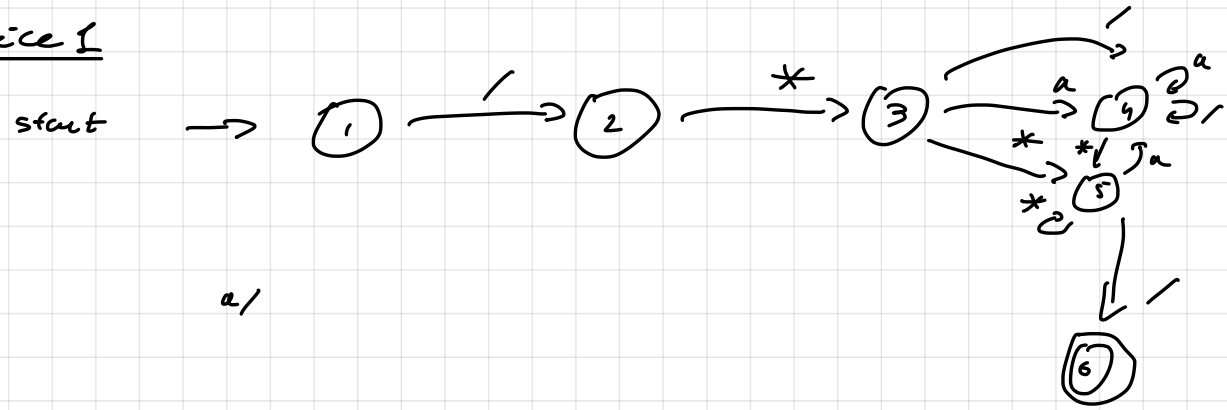


Exercice 1



1.

2. $/*/^*\ (a/|a\ |*)^*\ */$

3. Supposons qu'il existe un automate fini A qui accepte seulement des commentaires bien formé. Soit n est le nombre de l'état de A fini.

Soit $m = (/*)^{n+1}\ a\ (*/)^{n+1}$ un mot accepté par A

Or il y a n états et $(/*)^{n+1}$ contient $2n+2$ caractères donc il y a forcément un boucles i.e $(/*)^{n+1}$ passe par le même état (notons le q_i) au moins a fois

$$q_0 \xrightarrow{/} q_1 \xrightarrow{*} q_2 \xrightarrow{/} \dots \longrightarrow q_i \longrightarrow q_{n-1}$$

Alors le mot $m' = (/*)^n\ a\ (/*)^{n+1}$ est aussi accepté par A mais m' n'est pas un commentaire bien forme. Contradiction.

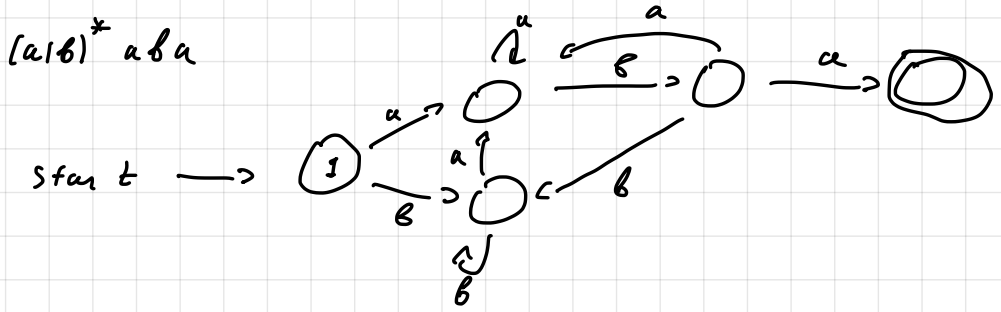
Alors il n'existe pas d'automates fini qui acceptent des commentaires bien formés.

Exercice 2

1. Les mots finissants par aba

2. $(a|b)^*\ aba$

3.

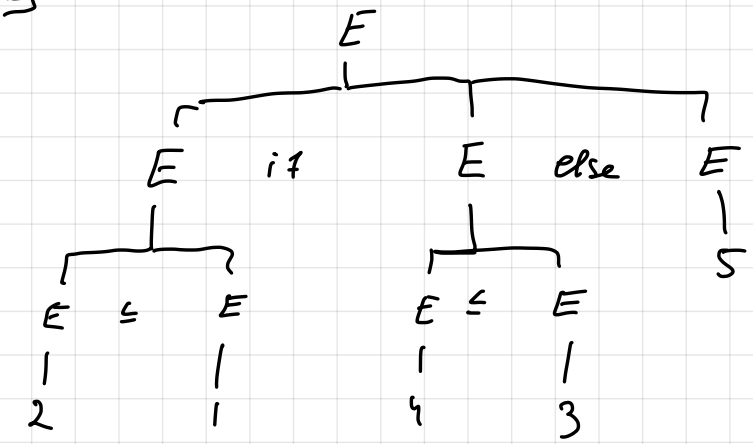


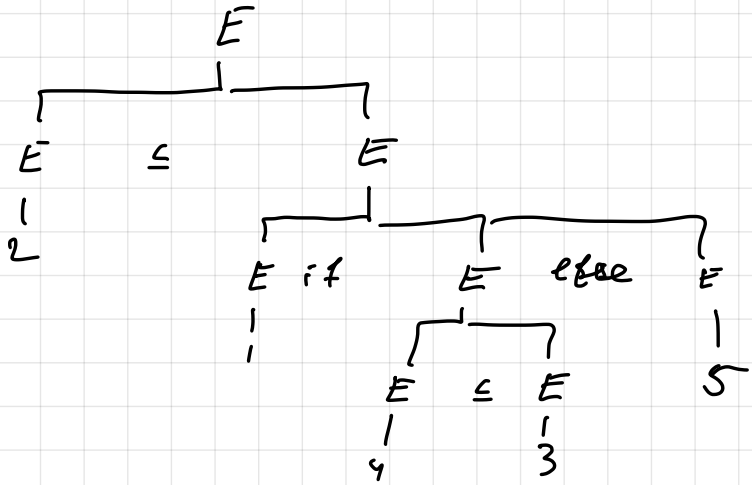
Exercice 3

1.

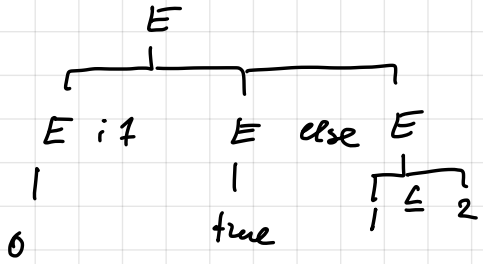
pile	reste	action
$\emptyset$	(1 if 2≤3 else 4) ≤ 2	S
(	1 if 2≤3 else 4) ≤ 2	S
(1	if 2≤3 else 4) ≤ 2	R n
(E	if 2≤3 else 4) ≤ 2	S
(E if	2≤3 else 4) ≤ 2	S
(E if 2	≤3 else 4) ≤ 2	R n
(E if E	≤3 else 4) ≤ 2	S
(E if E ≤	3 else 4) ≤ 2	S
(E if E ≤ 3	else 4) ≤ 2	R n
(E if E ≤ E	else 4) ≤ 2	R E≤E
(E if E	else 4) ≤ 2	S
(E if E else	4) ≤ 2	S
(E if E else 4	) ≤ 2	R n
(E if E else E	) ≤ 2	R E if E else E
(E	) ≤ 2	S
(E)	≤ 2	R (E)
E	≤ 2	S
E ≤	2	S
E ≤ 2	$\emptyset$	R n
E ≤ E	$\emptyset$	R E≤E
E	$\emptyset$	accepte

2)





3) (a)

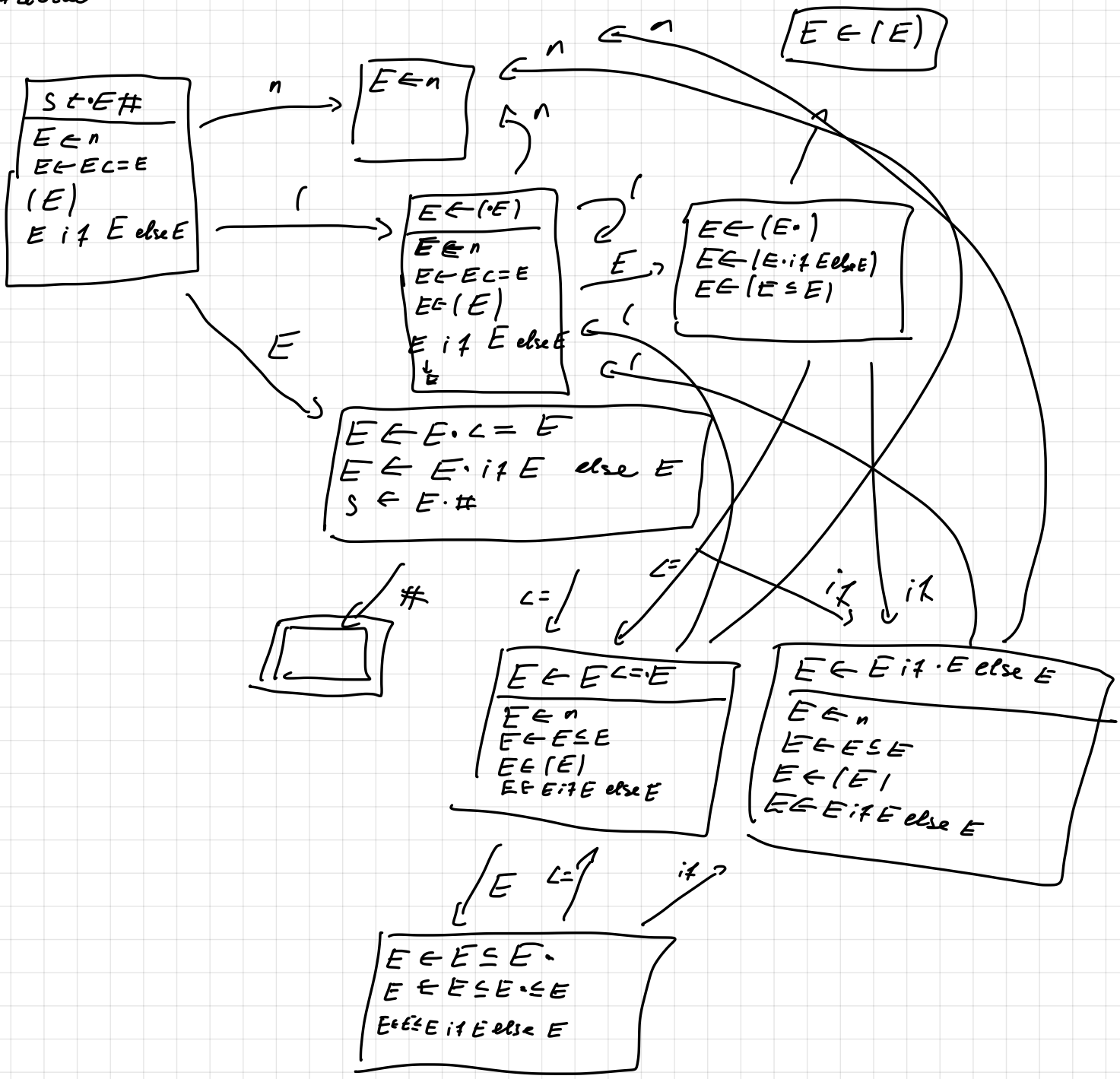


(B) False

4. trivial

5. trivial

6.



Exercice 4

1.

$$eval(1, p) = 1 = \mu^0 = \mu^{|1|} \leq \mu^{|1|}$$

$$eval(x, p) = x \leq \mu = \mu^{|1|}$$

Soient e_1, e_2 et l'hypothèse de récurrence est:

$eval(e_1, p) \leq \mu^{|e_1|}$ $\quad$ $eval(e_2, p) \leq \mu^{|e_2|}$

$$eval(add(e_1, e_2), p) = eval(e_1, p) + eval(e_2, p) \leq \mu^{|e_1|} + \mu^{|e_2|} \leq \mu^{|e_1| + |e_2| + 1}$$

car $\mu \geq 2$ $\quad$ cf $|add(e_1, e_2)| = |e_1| + |e_2| + 1$

$$eval(mul(e_1, e_2), p) = eval(e_1, p) \cdot eval(e_2, p) \leq \mu^{|e_1|} \mu^{|e_2|} = \mu^{|e_1| + |e_2|} \leq \mu^{|e_1| + |e_2| + 1}$$

$$eval(let\ x = 1\ in\ 1, p)$$

$$= 2\mu$$

2 (a)

(b) Par hyp de réc:

$$eval(e_2, p) \leq \mu^{2^{|e_2|}}$$
$$eval(e_1, p) \leq \mu^{2^{|e_1|}}$$

$eval(let\ x = e_1\ in\ e_2, p) = eval(e_2, p')$ avec $p'(x) = eval(e_1, p)$, $p'(y) = p(y)$

$$eval(e_1, p) \leq \mu^{2^{|e_1|}}$$

$$eval(e_2, p') \leq \left(\mu^{2^{|e_1|}}\right)^{2^{|e_2|}} = \mu^{2^{|e_1| + |e_2|}} \leq \mu^{2^{1 + |e_1| + |e_2|}}$$