



Exercise 2

1. $aa|ab|ba|bb|a|b|\epsilon$

2) $(aa|ab|ba|bb)^*$

3) a^*b^*

4) $a^*b^*|b^*a^*$

5) $b^*a b^*$

Non deterministic $\rightarrow$ automata
Deterministic $\rightarrow$ automata

why $\hookrightarrow$ recognizable or not (finite automata)

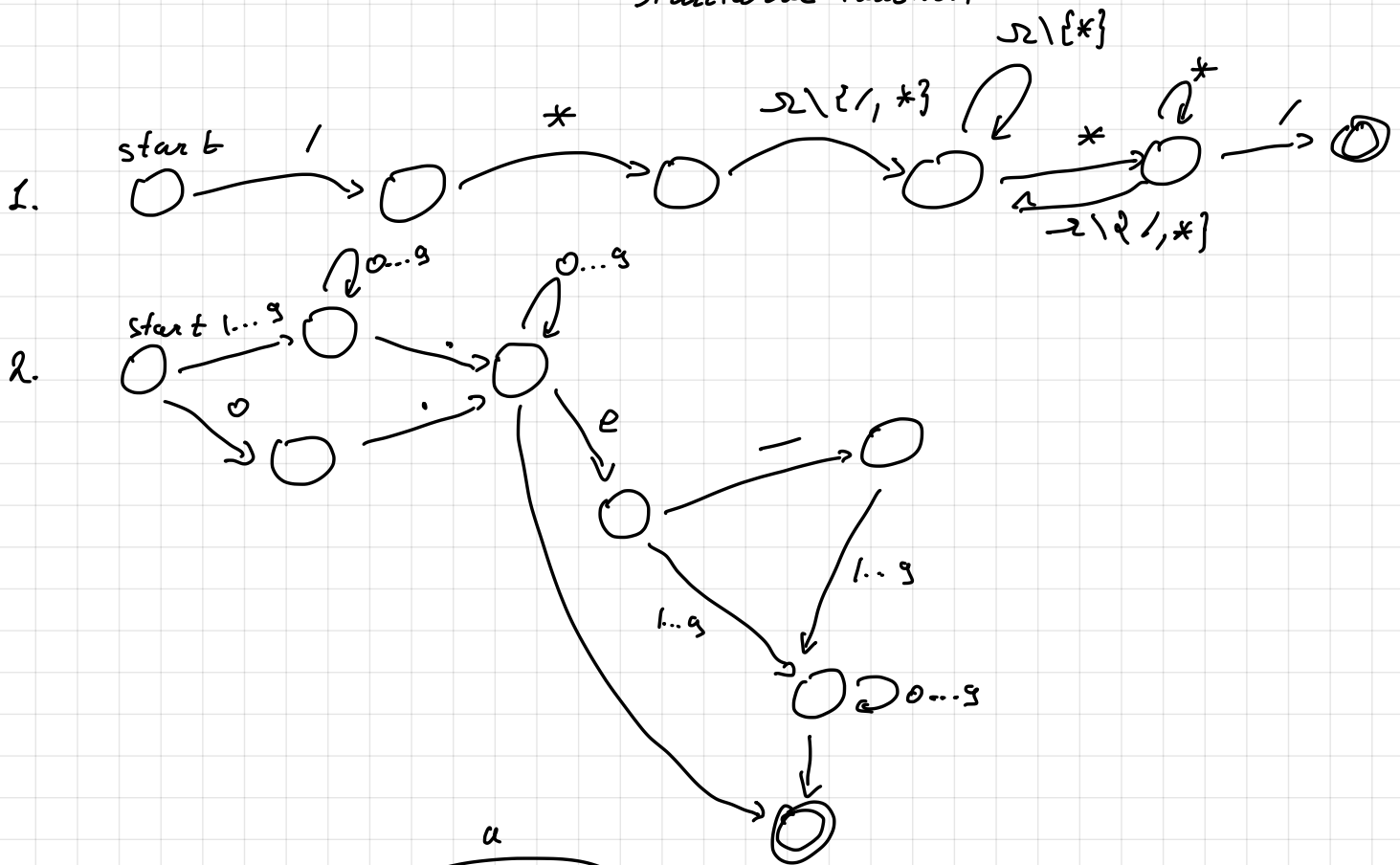
proof techniques

ambiguity

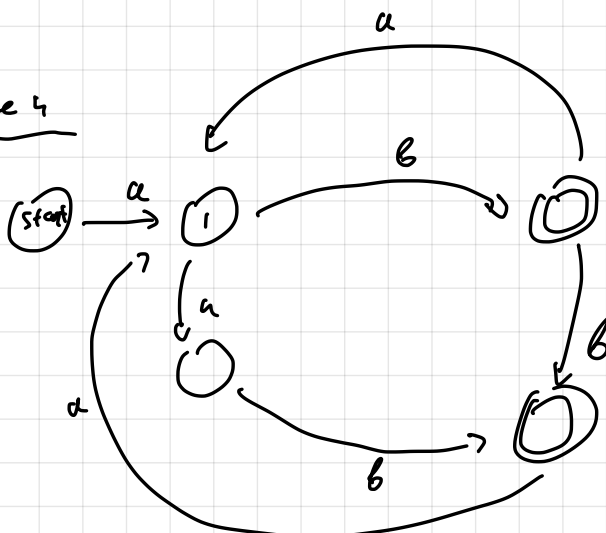
parse trees

structural induction

Exercise 3



Exercise 4



$(a(a|b|\epsilon)b)^+$

Exercice 5

1. Les N premières transitions sont seulement des 0 et on obtient

$$q_0 \xrightarrow{0} q_1 \xrightarrow{0} \dots \xrightarrow{0} q_{N-1} \xrightarrow{0} q_N$$

Donc on a $N+1$ états, mais par hypothèse, il y a N états, d'où $\exists i \neq j \in \llbracket 0, N \rrbracket$ tq $q_i = q_j$

$$\text{et donc on a } \begin{array}{l} q_0 \xrightarrow{0} q_1 \xrightarrow{0} \dots \xrightarrow{0} q_i \xrightarrow{0} \dots \xrightarrow{0} q_i \xrightarrow{0} \dots \rightarrow q_N \\ \text{ou} \\ q_0 \rightarrow q_1 \rightarrow \dots \rightarrow q_i \rightarrow \dots \rightarrow q_N \end{array}$$

2)

Donc un mot qui passe par q_i 1 fois (sans cycles) est aussi accepté donc $\exists l \leq N-1$

tq $m' = 0^l 1 0^{N+1}$ est accepté mais n'est pas un palindrome

3) On a supposé que P était reconnaissable par automate fini, on a montré que l'automate reconnaît aussi des mots qui ne sont pas des palindromes, ce qui donne la contradiction, d'où la conclusion que P n'est pas reconnaissable.

4) Soit un automate fini A qui reconnaît les mots de longueur de puissance de 2 qui a N états.

Soit $m =$

exercice 6

1)

$$\text{first}(\emptyset) = \{\}$$

$$\text{first}(a) = a \quad \text{où } a \text{ une lettre}$$

$$\text{first}(\varepsilon) = \{\}$$

$$\text{first}(e_1 e_2) = \begin{cases} \text{first}(e_1) & \text{si } \text{null}(e_1) \neq \text{true} \\ \text{first}(e_1) \cup \text{first}(e_2) & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\text{first}(e_1 | e_2) = \text{first}(e_1) \cup \text{first}(e_2)$$

$$\text{first}(e^*) = \text{first}(e)$$

$$\text{last}(\emptyset) = \{\}$$

$$\text{last}(\varepsilon) = \{\}$$

$$\text{last}(a) = \{a\}$$

$$\text{last}(e_1 e_2) = \begin{cases} \text{last}(e_2) & \text{si } \text{null}(e_2) \neq \text{true} \\ \text{last}(e_1) \cup \text{last}(e_2) & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\text{last}(e_1 | e_2) = \text{last}(e_1) \cup \text{last}(e_2)$$

$$\text{last}(e^*) = \text{last}(e)$$

2)

$$\text{follow}(a, \emptyset) = \{\}$$

$$\text{follow}(a, \varepsilon) = \{\}$$

$$\text{follow}(a, b) = \{\}$$

$$\text{follow}(a, e_1 e_2) = \begin{cases} Q = \text{first}(e_2) & \text{si } a \in \text{last}(e_1) \text{ sinon } \emptyset \\ \text{return } Q \cup \text{follow}(a, e_1) \cup \text{follow}(a, e_2) \end{cases}$$

$$\text{follow}(a, e_1 | e_2) = \text{follow}(a, e_1) \cup \text{follow}(a, e_2)$$

$$\text{follow}(a, e^*) = \begin{cases} R = \text{first}(e) & \text{si } a \in \text{last}(e) \text{ sinon } \emptyset \\ \text{return } R \cup \text{follow}(a, e) \end{cases}$$

3)

$\emptyset$	a, b, a, a
a_1	a, b, a, a
b_2	a, b, a, a
a_3	a, b, a
a_4	$\#$
b_5	$\#$

