



Exercice 1

1.

(a)

$$\frac{\Gamma \vdash 1 : \text{int} \quad \Gamma \vdash 2 : \text{int} \quad \Gamma \vdash 3 : \text{int} \quad \Gamma \vdash [] : \mathcal{J}_2 \text{ list}}{\Gamma \vdash (1+2) : \mathcal{J}_2 \quad \Gamma \vdash (3 :: []) : \mathcal{J}_2 \text{ list}}$$

$$\Gamma \vdash (1+2) :: (3 :: []) : \mathcal{J}_1$$

$\mathcal{J}_2 = \text{int}$

(b)

$$\frac{\Gamma \vdash 1 : \text{int} \quad \Gamma \vdash [] : \text{int list} \quad \Gamma \vdash 2 : \text{int} \quad \Gamma \vdash [] : \text{int list}}{\Gamma \vdash (1 :: []) : \mathcal{J}_2 \quad \Gamma \vdash (2 :: []) : \mathcal{J}_2 \text{ list}}$$

$$\Gamma \vdash (1 :: []) :: (2 :: []) : \mathcal{J}_1$$

$$\mathcal{J}_2 = \text{int list}$$

donc $\text{int list} = \text{int}$ contradiction.

(c)

$$\frac{\Gamma \vdash 1 : \text{int} \quad \Gamma \vdash [] : \text{int list} \quad \Gamma \vdash [] : \mathcal{J}_1 \quad \Gamma \vdash [] : \mathcal{J}_1 \text{ list}}{\Gamma \vdash (1 :: []) : \mathcal{J}_1 \text{ list} \quad \Gamma \vdash (1 :: []) : \mathcal{J}_1 \text{ list}}$$

$$\Gamma \vdash (1 :: []) :: (1 :: []) : \mathcal{J}_1 \text{ list}$$

donc $\mathcal{J}_1 = \mathcal{J}_2 \text{ list} = \text{int list}$.

2.

$$\frac{\Gamma \vdash e : \mathcal{J} \text{ list}}{\Gamma \vdash \text{hd } e : \mathcal{J}}$$

$$\frac{\Gamma \vdash e : \mathcal{J} \text{ list}}{\Gamma \vdash \text{tl } e : \mathcal{J} \text{ list}}$$

3.

Supposons que $\Gamma \vdash [e_1; \dots; e_n] : \tau \text{ list}$ est valide

Hyp rec $n=0$ donc $\Gamma \vdash [] : \mathcal{J} \text{ list}$

montrons que $\Gamma \vdash [] : \mathcal{J} \text{ list}$

donc vrai:

$n=1$ donc $\Gamma \vdash [e_1] : \mathcal{J} \text{ list}$

donc par la règle list on a $\Gamma \vdash e_1 : \mathcal{J}$

de plus on a
$$\frac{\Gamma \vdash e_i : \mathcal{F} \quad \Gamma \vdash [] : \mathcal{F} \text{ list}}{\Gamma \vdash e_i :: [] : \mathcal{F} \text{ list}}$$

verifie.

Passons au recurrence Hyp rec n-1
supposons si

$$\Gamma \vdash [e_2; \dots; e_n] : \mathcal{F} \text{ list} \quad \text{alors} \quad \Gamma \vdash e_1 :: \dots :: e_n :: [] : \mathcal{F} \text{ list}$$

supposons $\Gamma \vdash [e_i; \dots; e_n] : \mathcal{F} \text{ list}$

d'après des règles on a

$$\Gamma \vdash e_i : \mathcal{F}, \dots, \mathcal{F} \vdash e_n : \mathcal{F} \text{ list}$$

donc
$$\frac{\Gamma \vdash e_2 : \mathcal{F} \quad \dots \quad \Gamma \vdash e_n : \mathcal{F}}{\Gamma \vdash [e_2; \dots; e_n] : \text{list}}$$

donc par PR $\Gamma \vdash e_2 :: \dots :: e_n :: [] : \mathcal{F} \text{ list}$

de plus
$$\frac{\Gamma \vdash e_i : \mathcal{F} \quad \Gamma \vdash e_2 :: \dots :: e_n :: [] : \mathcal{F} \text{ list}}{\Gamma \vdash e_i :: [e_2; \dots; e_n] : \mathcal{F} \text{ list}}$$

d'où la conclusion.

5. (a)

$$\frac{\Gamma \vdash 1 : \text{int} \quad \frac{\frac{\Gamma \vdash 2 : \text{int} \quad \Gamma \vdash [] : \text{list}}{\Gamma \vdash 2 :: [] : \text{int list}} \quad \Gamma \vdash [] : \text{list}}{\Gamma \vdash 1 :: (2 :: []) : \text{int nelist}}}{\Gamma \vdash 1 :: (2 :: []) : \text{int nelist}}$$

6]

$$\frac{\frac{\frac{\Gamma \vdash 1 : \text{int} \quad \Gamma \vdash [] : \text{list}}{\Gamma \vdash 1 :: [] : \text{int list}} \quad \frac{\frac{\Gamma \vdash [] : \text{list} \quad \Gamma \vdash [] : \text{list}}{\Gamma \vdash [] :: [] : \text{int list}} \quad \Gamma \vdash [] : \text{list}}{\Gamma \vdash [] :: (1 :: []) : \text{int list}} \quad \frac{\Gamma \vdash [] : \text{list} \quad \Gamma \vdash [] : \text{list}}{\Gamma \vdash [] :: (1 :: []) : \text{int list}}}{\Gamma \vdash 1 :: (1 :: []) : \text{int list}} \quad \frac{\Gamma \vdash [] : \text{list} \quad \Gamma \vdash [] : \text{list}}{\Gamma \vdash [] :: (1 :: []) : \text{int list}}}{\Gamma \vdash 1 :: (1 :: []) : \text{int list}}$$

6. Supposons que $\Gamma_{T_3} e : \mathcal{J}$ valide

$\Gamma_{T_3} n : \mathcal{J}$ valide donc si on pose $\mathcal{J}' = \text{int}$

$\Gamma_{T_3} n : \mathcal{J}'$ est valide

$\Gamma_{T_3} e_1 + e_2 : \mathcal{J}$ donc en posant $\mathcal{J}' = \text{int}$

$\Gamma_{T_3} e_1 + e_2 : \mathcal{J}'$ est valide

$\Gamma_{T_3} e : \mathcal{J}$ valide donc on a Γ_{T_3}

$\Gamma_{T_3} e_0 :: l : \mathcal{J}$ valide donc on a $\Gamma_{T_3} e_0 : \mathcal{J}$ et $\Gamma_{T_3} l : \mathcal{J}$ valide
 et on a $\Gamma_{T_3} e_0 : \mathcal{J}$ et $\Gamma_{T_3} l : \mathcal{J}$ valide

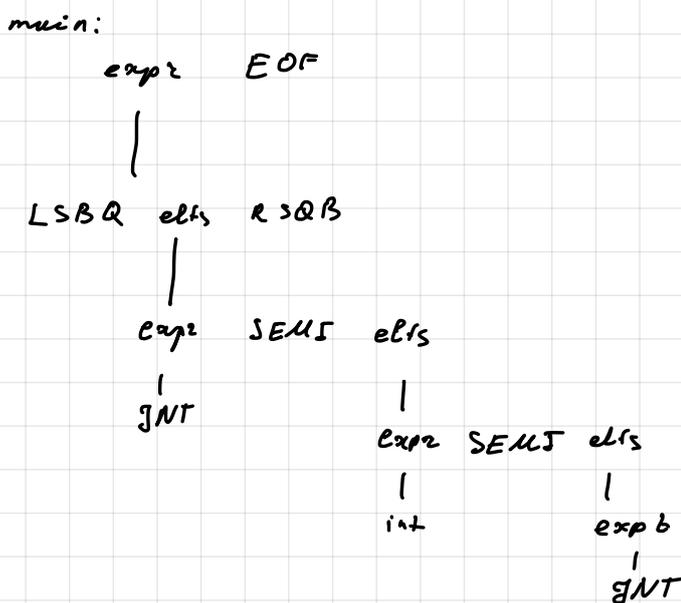
d'où $\Gamma_{T_3} e_0 :: l : \mathcal{J}$ valide

$$\frac{\Gamma_{T_3} e : \mathcal{J} \text{ valide}}{\Gamma_{T_3} e : \mathcal{J}}$$

$$\frac{\Gamma_{T_3} e : \mathcal{J} \text{ valide}}{\Gamma_{T_3} l e : \mathcal{J} \text{ valide}}$$

Exercice 2

1.



Exercice 3

0x08	0x00
	0x04
1	0x08
1	0x0c
0x024	0x016
	0x020
1	0x024
2	0x028
0x44	0x032
	0x036
	0x40
1	0x44
3	0x48
0	0x52
	0x56

2. lw \$v0 1 \$a0

3.

```
and $t0 $a0 $a1
li $t1 1
bneq $t0 $t1 neq
move $t3 $a0
move $t4 $a1
```

.eqz

```
and $t0 $t3 $t4
or $t1 $t3 $t4
bneq $t0 $t1 neq
beqz $t1 finor
lw $t0 4($a0)
lw $t1 4($a1)
beq $t0 $t1 eqv
b neq
```

- finor

.eqv

```
lw $t3 8($a0)
lw $t4 8($a1)
b eqz
```

.neq

.data

free-blocks: .word 0

lw \$t0 free-blocks # addr of f.b

lw \$t1 8(\$t0)

sw \$t1 free-blocks

li \$t1 1

sw \$t1 0(\$t0)

move \$t1 \$a0

sw \$t1 4(\$t0)

sw \$a1 8(\$t0)

move \$a1 \$t0

6. detz: # detz(\$a0 = list)

begz \$a0 detz-fin

lw \$t1 8(\$a0) # next

lw \$t2 free-blocks

sw \$zero 0(\$a0)

sw \$t2 8(\$a0)

sw \$a0 free-blocks

move \$a0 \$t1

j detz

detz-fin:

jz \$ra

5. YJHE NOX

7. new-256-free-blocks:

li \$t0 256 # counter

li \$v0 9

li \$a0 256*12

syscall

move \$t1 \$v0 # addr

j loop

loop:

begz \$t0 end

sw \$zero 0(\$t1)

lw \$t2 free-blocks

sw \$t2 12(\$t1)

sw \$t1 free-blocks

addi \$t1 12

subi \$t0 1

j loop

end:

jz \$ra

