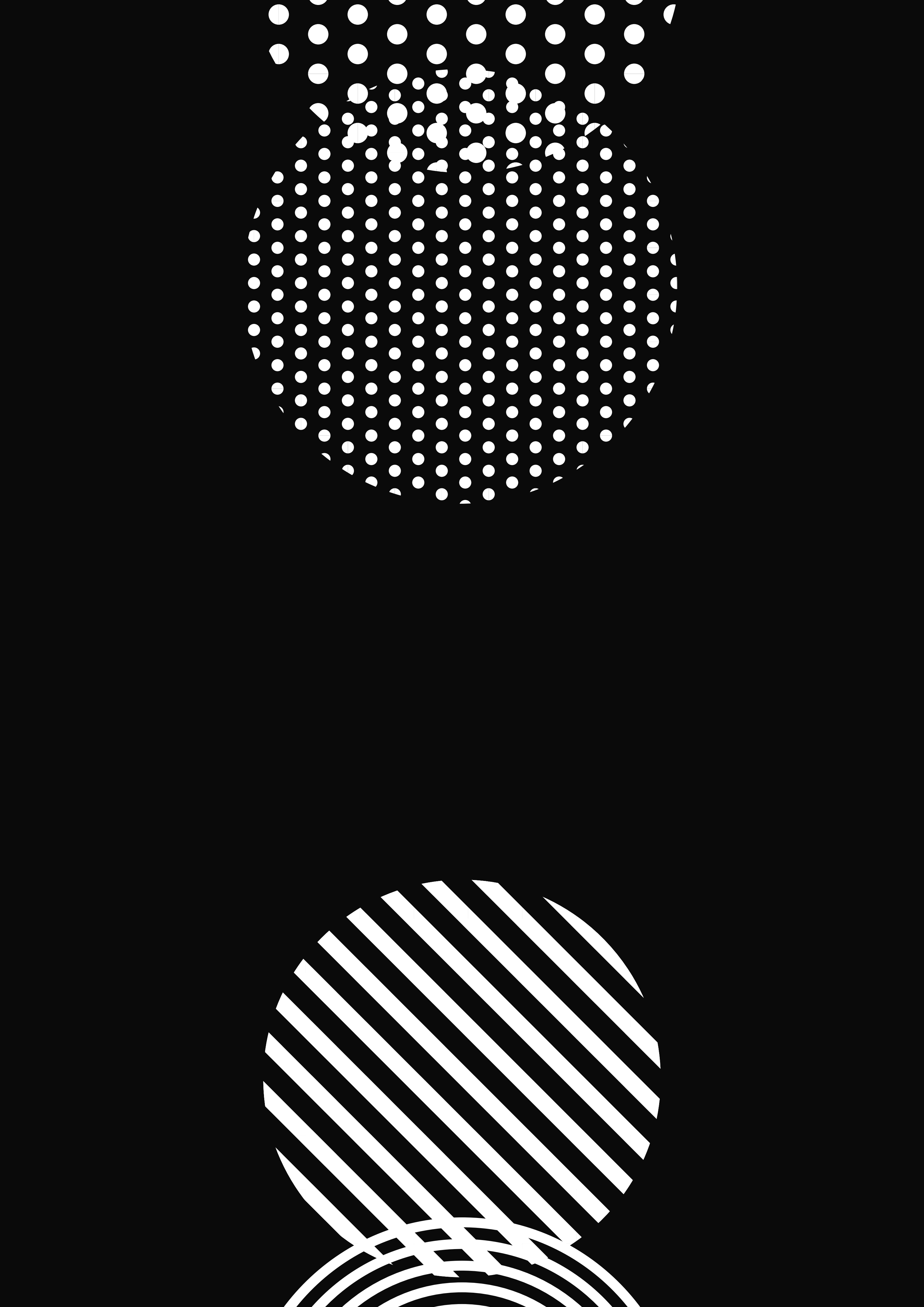

Exercice 1

$\forall i \in [\![1,n]\!]$, on pose X la masse du i-ème comprimé (mg)

On suppose que $X_i \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, où $n=20$, $\overline{X}_n = 503$ $S^2 = 10$

1) $H_0 = "\underset{500}{\mu = \mu_0}"$ $\quad H_1 = "\mu \neq \mu_0"$ $\quad R = \{|T| > c\}$

Comme la variance est inconnue, on pose $T = \dfrac{(\overline{X} - \mu_0)}{\sqrt{\frac{S^2}{n}}}$,

avec $S^2 = \dfrac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2$

Sous H_0, $T \sim \mathcal{T}(n-1)$

On cherche c tq $P_{H_0}(|T| > c) = \alpha = P(T < c \cup T > c) = \underbrace{P(T<c)}_{\frac{\alpha}{2}} + \underbrace{P(T>c)}_{\frac{\alpha}{2}}$

$\mathcal{T}$ sym

$\iff P(T \leq c) = 1 - \frac{\alpha}{2}$

donc $c = q_{1-\frac{\alpha}{2}}$ et on rejettera H_0 si $|T| > c$

On calcule $T_{obs} = \dfrac{(503-500)\sqrt{20}}{10} \approx 1,342 \leq 2,861$

On ne rejette pas H_0, on conserve H_0

2. La p-valeur est définie par $p_c = P_{H_0}(|T| > |T_{obs}|)$

$= 2(1 - P_{H_0}(T \leq |T_{obs}|)$

$= 2(1 - F_{\mathcal{T}(n-1)}(|T_{obs}|))$

Numériquement $p_c \approx 0,195 > 0.01$ On conserve H_0

Exercice 3